ESTRUCTURAS DE CONOCIMIENTO DE LOS ALUMNOS:
Una experiencia con redes conceptuales en Matemáticas

María Dolores de Prada Vicente

documentos i.e.p.s.

monografías
nº 15

ESTRUCTURAS DE CONOCIMIENTO DE LOS ALUMNOS:
Una experiencia con redes conceptuales en Matemáticas

María Dolores de Prada Vicente.

Depósito Legal: M-3875-1993

Presentación.

Esta experiencia surgió como consecuencia de la lectura del libro de L. B. RESNICK y W. FORD. :"La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos", *y para poder explicar las grandes ventajas que creo yo tienen los alumnos que van estructurando correctamente sus conocimientos matemáticos, ya que esto les va a permitir una mejora en los procesos mentales que llevan a la formación de conceptos: asociar, discriminar, abstraer, generalizar. Si ello es una ventaja para el alumno debe ser un reto para el profesor procurar que esas estructuras sean cada vez mas consistentes y firmes.*

La experiencia que presentamos aporta datos sobre la integración, conexión y coherencia interna de los conocimientos matemáticos de alumnos de 7º,8º de EGB y 1º, 2º de BUP, así como los errores mas sistemáticos y frecuentes.

Se ha limitado a los alumnos de una zona de Madrid, y aunque obviamente no se pretende una generalización de los resultados obtenidos, si se aspira a poner al alcance de los profesores un sencillo instrumento de comprobación y acercamiento a "lo que pasa por la mente de nuestros alumnos" en clase de Matemáticas.

Agradecemos la valiosa colaboración que nos han prestado para el desarrollo de la esta experiencia los Colegios : Pureza de María, Los Olmos, Reinado del Sagrado Corazón de Jesús y el Instituto de Bachillerato La Estrella , todos de Madrid capital.

INDICE

1. Marco Teórico.

Uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas debería ser el de ayudar a los estudiantes a adquirir un conocimiento "bien estructurado" , ya que si pudiéramos conocer las estructuras de conocimiento de las personas podríamos saber cómo están organizados sus conocimientos y qué tipo de dificultades pueden tener en la localización de la información en su memoria.

Para ello, los profesores deberían conocer no sólo el resultado del aprendizaje sino la estructura de conocimiento que produce ese resultado, deberían estar informados no sólo de lo que el alumno hace, sino también de lo que sabe.

Tanto el análisis de tareas, como el de procesos, explicitan conocimiento de procedimientos (los programas internos que tienen las personas para ejecutar las rutinas matemáticas), pero no especifican el conocimiento conceptual de las matemáticas al que se asocian estos procedimientos.

Ya que no se pueden observar directamente las estructuras que nos llevarían a ese conocimiento conceptual se deben deducir a partir de las conductas de los alumnos.

1.1. El conocimiento bien estructurado

Una estructura de conocimiento, según Collins y Quillian (1969,1972) se compone de unidades que son nombres, por ejemplo: animal, ave , mamífero. Cada unidad tiene ciertas propiedades asociadas, por ejemplo: ave tiene alas, animal tiene patas. Las propiedades se refieren a las características físicas de la unidad, a cosas que puede hacer la unidad, a cosas que se le pueden hacer, o a características más generales.
Hay algunos indicadores que nos permiten conocer el grado de "buena estructuración" de los conocimientos.

Greeno (1978b) ha indicado tres criterios:

1. La coherencia interna
2. El grado de conexión
3. La correspondencia

La coherencia interna mide el grado en que se asocian los conceptos. Cuántos y cuáles son los conceptos centrales nodulares y con qué conceptos se asocian.

El grado de conexión indica los vínculos de ese conocimiento con otros conocimientos que tiene la persona, un buen grado de conexión permite la transferencia a situaciones nuevas.

La correspondencia indica un buen ajuste de la idea mental que tiene la persona con la que tienen los expertos en la materia. Supone disponer de definiciones "correctas" matemáticamente hablando.

¿Cómo se puede conocer si una estructura de conocimiento cumple estos criterios?

Dado que conocemos los resultados de las acciones de los estudiantes pero no su estructura, es necesario diseñar investigaciones que permitan sacar a la luz tales estructuras de conocimiento. Hasta ahora las investigaciones han utilizado estrategias más bien casuísticas, diseñadas para experimentos determinados y que no se prestan a comparaciones formales o cuantitativas. No obstante se han hecho algunos esfuerzos para intentar estimar *la integración, correspondencia y conexión* de las estructuras del conocimiento.

El profesor que intenta diseñar materiales para la enseñanza de las matemáticas, necesita conocer cómo son las estructuras de conocimiento de los individuos para dichos temas, sus grados de **coherencia**, de **conexión** con otros temas relacionados y de **correspondencia** con la estructura del conocimiento matemático.

El profesor intentará, por tanto, conocer cómo está jerarquizada la estructura del conocimiento del alumno para algunos conceptos claves, qué conceptos supraordinados y subordinados tiene el individuo, qué nódulos aislados existen, qué errores de asociación y de comprensión se manifiestan, qué conexiones establece el sujeto con otros temas y que correspondencia existe entre esta estructura del estudiante y la del experto en la materia.

Para ello explicaremos cómo se puede estimar la coherencia interna, la correspondencia y la conexión.

1.2. Estimación de la coherencia interna.

Una medida del conocimiento bien estructurado es el grado en que se asocian entre sí los conceptos.

En una estructura de conocimiento integrada, algunos conceptos son centrales(los conceptos nodulares, nucleares u organizadores) es decir,se asocian con un número elevado de otros conceptos.Según la teoría de las redes semánticas el tiempo de acceso se relaciona con el número de conexiones que se tienen que recorrer para llegar a un concepto determinado, o para descubrir la relación entre dos o más conceptos.Bajo este supuesto, una persona que tenga un conocimiento integrado, debería manifestar la siguiente conducta: Cuando se le pide que hable de algún tema, debería dar un pauta de conducta en la que una serie de ítemes se recuperan "de golpe", una breve pausa y luego otra "ráfaga" de ítems. Se puede suponer que los ítems de la primera ráfaga son los que están agrupados en la memoria alrededor de un concepto organizador común. El período entre ráfagas se dedica a buscar un nuevo concepto organizador.

Otra forma de medir la coherencia interna es mediante la técnica de asociación de palabras. Se les proporciona a los alumnos una serie de palabras y se les pide que las relacionen mediante flechas. Los núcleos a los que llegan más flechas son los centrales u organizadores.

En estudios de investigación con expertos y principiantes, las pautas de conducta hacen pensar que los expertos recuperan la información en bloques y los principiantes al azar.

El número de conexiones , la selección de los conceptos nucleares y la existencia y corrección de bloques interrelacionados puede dar idea de la coherencia interna de la estructura.

1.3.Estimación de la correspondencia.

Las medidas de la integración sólo resultan útiles cuando disponemos también de algún medio de estimar la correspondencia de la estructura del conocimiento de los estudiantes con la estructura del contenido que se les está enseñando, también es posible comparar en este sentido las estructuras de los principiantes con las de los expertos, pero prestando atención a *qué conceptos* se agrupan y a qué relaciones se expresan.

Se han hecho investigaciones comparando las estructuras de los principiantes con las de los expertos. Shavelson, Stanton y Gesling han desarrollado tests de asociación de palabras, de elaboración de gráficos y de ordenación de tarjetas, como métodos para determinar el ajuste de las estructuras cognitivas del individuo a la estructura del contenido.

Cabría esperar que en el transcurso de la enseñanza las estructuras mentales de los estudiantes se vayan asemejando a las de los profesores o a las de los textos. Shavelson (1972) descubrió que las agrupaciones de conceptos se iban asemejando a la estructura del material pedagógico. Thro(1978) descubrió que los estudiantes que obtenían mejores resultados en los

problemas de Física tenían a fin de curso estructuras cognitivas que se ajustaban más a las del profesor. Esto sugiere que el grado de correspondencia entre una estructura de conocimiento y las estructuras formales de contenido está asociado directamente al rendimiento en la resolución de problemas semialgoritmicos. Pero no se puede considerar que esto esté establecido con firmeza.

1.4. Estimación de la conexión.

No nos tenemos que basar solamente en las medidas de asociación a la hora de estudiar las estructuras cognitivas, también tenemos que desarrollar formas de deducir las estructuras a partir de las actuaciones en la resolución de problemas y de entrevistas a las personas para que explique como resuelven los problemas. Estos métodos, difíciles de cuantificar, pueden tener importancia a la hora de permitir asociar el conocimiento de procedimientos con el conocimiento conceptual y constituyen una forma de estudiar el grado de conexión, así como la integración y la correspondencia.

2. Diseño de la experiencia.

2.1. Contexto

La experiencia que he realizado con alumnos de 7º y 8º de EGB y de 1º y 2º de Bachillerato pretende una aproximación al estudio de las estructuras de conocimiento de estos estudiantes Los objetivos que me propuse fueron:

1).Estudiar el grado de coherencia interna y correspondencia de los esquemas de cada alumno en esta situación concreta. Dicho estudio deberá continuarse con el seguimiento de las transformaciones que sufrirán las estructuras de los alumnos durante el curso. No había posibilidad en una sola sesión de estudiar la conexión de las estructuras.

2) Estudiar la variación que sufren estas estructuras (en un corte vertical) a medida que los alumnos tienen más edad y se supone mayor madurez y mayor contenido informativo.

3) Tipificar y estudiar los errores que presentan

Se utilizó la técnica de la asociación de palabras y la experiencia consistió en la asociación mediante flechas de una serie de palabras con contenido matemático.

Los alumnos pertenecen a 3 Colegios Privados y 1 Instituto de Bachillerato de la misma zona de Madrid a fin de controlar la variable socioeconómica en lo posible.

El Instituto es un centro mixto, de 980 alumnos. Uno de los colegios es solamente de chicos con 1200 alumnos y los otros dos solamente de chicas,, con 380 y 860 alumnos respectivamente. Los alumnos proceden de clase media y tienen un nivel cultural medio

o medio-alto.

El método utilizado ha sido el del experimento individual, pues de esta forma es mas factible vigilar el proceso e intuir cuales son los condicionantes de determinada actividad mental de los alumnos y captar los mecanismos ocultos que condicionan el resultado.

La experiencia se realizó durante la hora de clase y ocupó una media de 20 minutos

2.2. Distribución de la muestra

La muestra consta de 391 alumnos que es aproximadamente un 10% de la población de alumnos de 7º,8º,1º y 2º de esta zona,y está distribuida de la siguiente manera:

Tabla 1.1

COLEGIO	7º EGB	8º EGB	1º BUP	2º BUP
Reinado del C. de Jesús	29	35	32	26
Los Olmos			40	35
Pureza de María	37	34	24	36
I.B. Estrella			36	27
TOTAL	66	69	132	124

2.3. Técnica empleada.

La técnica empleada fue la de *asociación de palabras*. Se les proporcionó a los alumnos las siguientes palabras, todas relacionadas con elementos geométricos:

ROMBO,CUADRADO,CIRCUNFERENCIA,PARALELEPIPEDO,LÍNEA,ESFERA, CIRCULO,ÁREA,PLANO,CARA,VÉRTICE,LADO,RECTÁNGULO,PUNTO, PARALELOGRAMO,POLÍGONO,PRISMA,PIRÁMIDE,TRIEDRO,POLIEDRO,CONO,

en total, un conjunto de 21 palabras.

Los alumnos tenían que unir las palabras que están relacionadas, mediante una flecha, la punta de la flecha estará dirigida hacia el concepto más general o hacia una propiedad de ese concepto.

Esto se puede conocer mediante las relaciones:

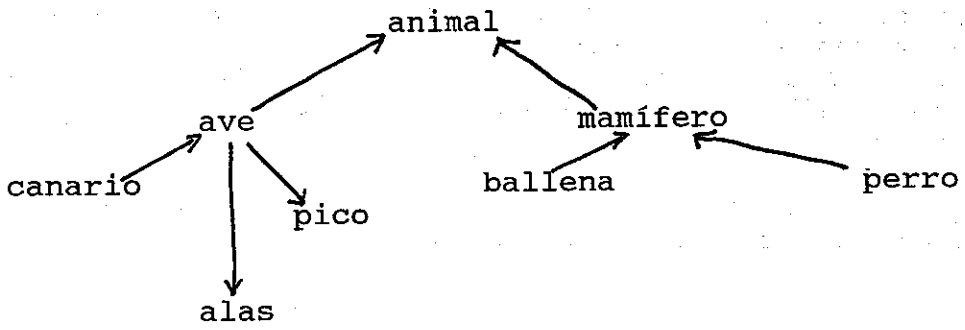
Todos los X son Y : X ----->Y, Y es concepto más general que X
X tiene Y : X------->Y, X tiene la propiedad Y.

Deben dibujarse todas y sólo las flechas necesarias. Es decir hay que aplicar la propiedad transitiva.

Ejemplo:
Si nos dan las palabras: mamífero, animal, canario, ave, ballena, alas, pico, perro, se establecerán las siguientes relaciones:

Todos los mamíferos son animales,	mamífero-----> animal
Todos los perros son mamíferos,	perro---------> mamífero
Todos los canarios son aves,	canario------> ave
Todas las ballenas son mamíferos,	ballena------> mamífero
Todas las aves son animales	ave----------> animal
Las aves tienen pico	ave----------> pico
Las aves tienen alas	ave----------> alas

Para las otras relaciones se aplica la propiedad transitiva, por tanto el esquema mental quedaría así estructurado:



En la experiencia que se propone, las palabras seleccionadas, se refieren todas a elementos geométricos y se han buscado de manera que permitan crear núcleos , encontrar conceptos supraordenados y subordinados y averiguar si los alumnos discriminan entre conceptos como: círculo y circunferencia, lado y cara, vértice y punto.

2.4. Tratamiento estadístico

Se utilizarán parámetros de la estadística descriptiva elemental: frecuencias, porcentajes, medias y desviaciones.

3. Aplicación.

A los alumnos se les presentó la técnica tal como se indica en el párrafo anterior y se les animó a que manifestaran todas las dificultades que tenían antes de proceder a la realización del ejercicio.

Las preguntas que hicieron generalmente iban encaminadas a la forma en que tenían que hacer el diagrama. No fueron preguntas de tipo conceptual sino de tipo procedimental (aplicación de la técnica):

¿Pueden salir de una palabra varias flechas ?
¿Es necesario respetar el orden en que están escritas las palabras?
¿Se pueden hacer dos grupos o todas las palabras tienen que estar en el mismo grupo?
¿Puede haber muchas flechas que lleguen a una palabra ?
¿Puede una palabra estar asociada con varias ?
¿Se pueden añadir mas palabras?
¿Se puede repetir una palabra ?
¿Tienen que estar todas las palabras unidas ?

Otro tipo de preguntas, pero más ocasionales, se refirieron a ambigüedad en el vocabulario utilizado

¿Da lo mismo lados que lado?
¿Da lo mismo vértice que vértices ?
¿El punto es una figura ?

Un alumno preguntó: ¿Quiere saber todo lo que sabemos de un concepto ? o ¿si lo asociamos ?
Se contestó a todas las preguntas y se tomó nota de ellas porque como veremos pueden servir de indicación a la hora de interpretar los resultados.

Una vez que se pusieron a trabajar, tardaron aproximadamente 20 minutos en elaborar la red conceptual.

4. Recogida de la información

La codificación la realizó una sola persona para garantizar la igualdad de aplicación de los criterios de codificación.
Para cada uno de los alumnos:

1. Se contabilizaron las palabras con más de dos conexiones (núcleos). Para cada uno de estos núcleos se contabilizó el número de conexiones (Tablas 1.2. y 1.3)
2. Se contabilizaron los núcleos que tenían más de 5 conexiones y se encontró por cursos la frecuencia de aparición (Tabla 1.4)
3. Se contabilizó el número de alumnos que tenían 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 y 12 núcleos distribuidos por cursos (Tabla 1.5)

4. Se estudió la aplicación o no de la propiedad transitiva.
5. Se construyó una tipología de los errores más comunes y se constató la presencia de cada uno de ellos en cada alumno.(Tablas 1.6, 1.7 y 1.8)

Se introdujeron todos estos datos en el ordenador y se hicieron las reordenaciones y clasificaciones según los siguientes campos: nombre de los núcleos, número de conexiones, nombre del alumno, curso que estudia y Colegio.

Se calcularon frecuencias y porcentajes de aparición de cada uno de los núcleos por alumno y curso. Frecuencias y porcentajes del número de núcleos por alumno y curso. Frecuencias y porcentajes de cada uno de los errores por alumno y curso. Media y desviación típica del número de núcleos en cada uno de los cursos.

5. Presentación de algunos casos.

Caso 1.

Alumna de 7º curso de E.G.B. No manifiesta tener los conceptos supraordenados de paralelogramos ni de poliedros, aunque si el de polígono. Tiene una estructura pobre y sin organizar. No tiene claro el sentido de las flechas. Tiene muchos errores de omisión dada la pobreza de sus conexiones:

No relaciona vértice con punto
No relaciona los paralelogramos
No relaciona los poliedros
Ni figuras ni cuerpos tienen área
Sin embargo relaciona cono con polígono.

Caso 2.

Alumna de 8º curso de E.G.B. Estructura rica en conexiones pero desorganizada, no aplica la propiedad transitiva y no manifiesta tener bien asimilados los conceptos supraordenados de poliedro y paralelogramo. Tiene algunos errores pero no demasiados, dada la cantidad de conexiones que establece:

Relaciona esfera con poliedro
El triedro tiene área

Caso 3.

Alumna de primer curso de B.U.P Estructura organizada , que aplica la propiedad transitiva y tiene bien dirigidas las flechas. No manifiesta tener el concepto supraordenado de poliedro pero sí el de paralelogramo.
No comete errores fundamentales aunque relaciona triedro con área.

Caso 4.

Alumna de 2º de B.U.P. No manifiesta tener el concepto supraordenado de poliedro pero sí el de paralelogramo. Muestra una estructura bien organizada reforzada por la aplicación de la propiedad transitiva, aunque con algunos errores:

No relaciona prisma ni pirámide con poliedro
No relaciona vértice con punto
El círculo es una línea mientras que la circunferencia la relaciona con plano.

Caso 5.

Alumno de 2º de B.U.P. Estructura casi organizada, no aplica la propiedad transitiva, intenta una jerarquización, aunque no tiene claro el sentido de las flechas. No manifiesta tener el concepto supraordenado de poliedro y comete algunos errores:

Las pirámides son prismas
El cono es prisma
La esfera tiene vértice.

Caso 6.

Alumno de 2º curso de B.U.P. Diagrama con estructura jerarquizada, fruto de la aplicación de la propiedad transitiva, aunque poco organizada espacialmente. Los conceptos supraordenados son: línea y punto. Sin embargo no ha construido los conceptos supraordenados de poliedro y paralelogramo.
Tiene además algunos errores fundamentales:

La circunferencia tiene área
El punto tiene líneas.

Caso 7.

Alumno de 1º de B.U.P. Diagrama estructurado en bloques. Los conceptos supraordenados son: paralelepípedo, polígono, cono. Aplica bien la propiedad transitiva aunque equivoca el sentido de las flechas.Tiene además algunos errores:

La esfera tiene caras
No relaciona vértice con punto

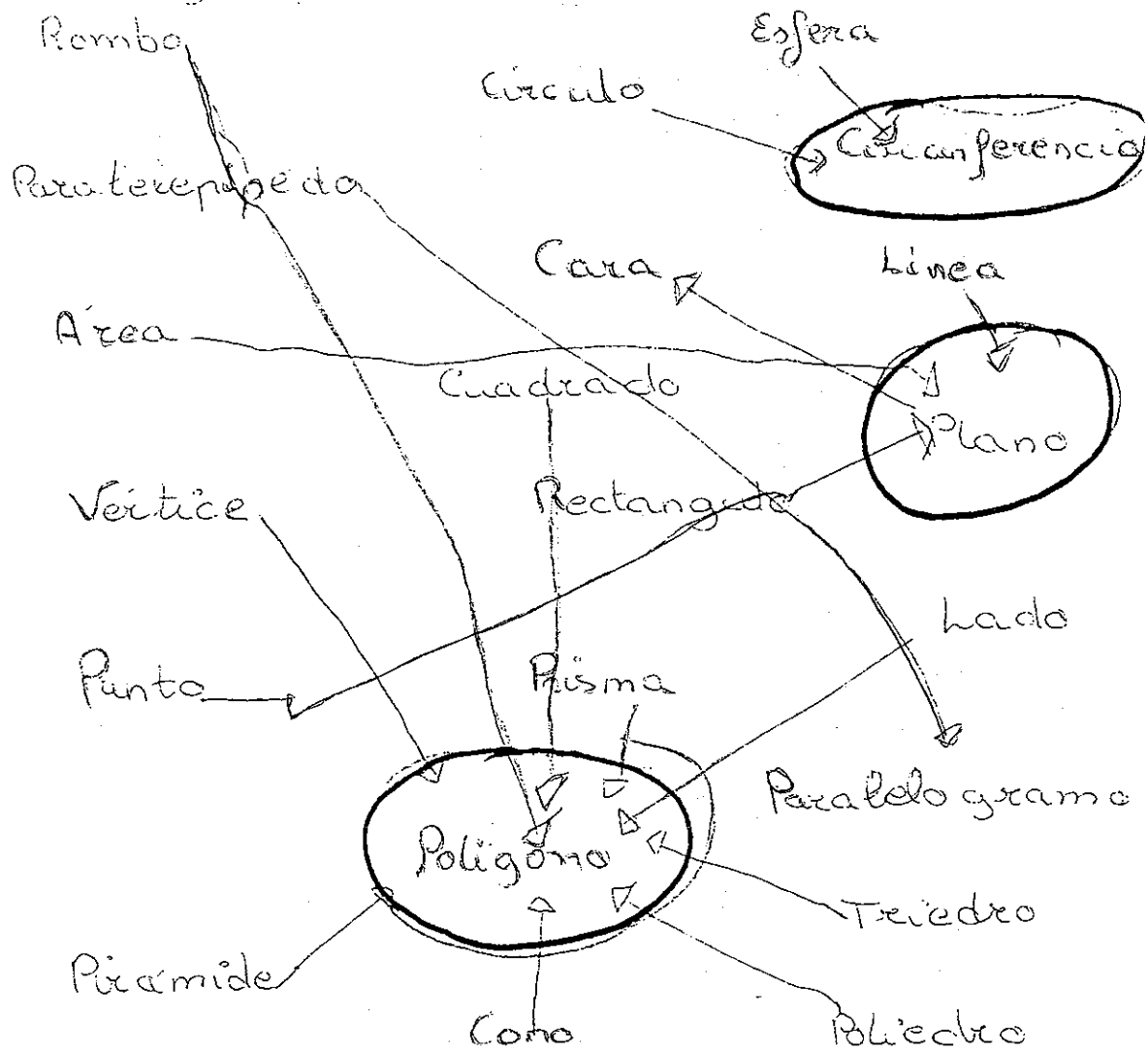
Caso 8.

Alumno de 1º de B.U.P. Estructura confusa y mal organizada. El concepto supraordenado es el prisma. No aplica la propiedad transitiva ni tiene claro el sentido de las flechas.
Tiene errores fundamentales:

No relaciona los paralelogramos
No relaciona los poliedros
La circunferencia tiene área
El cono es pirámide
Relaciona pirámide con prisma
Relaciona circunferencia con prisma
No relaciona vértice con punto.

CASO Nº 1

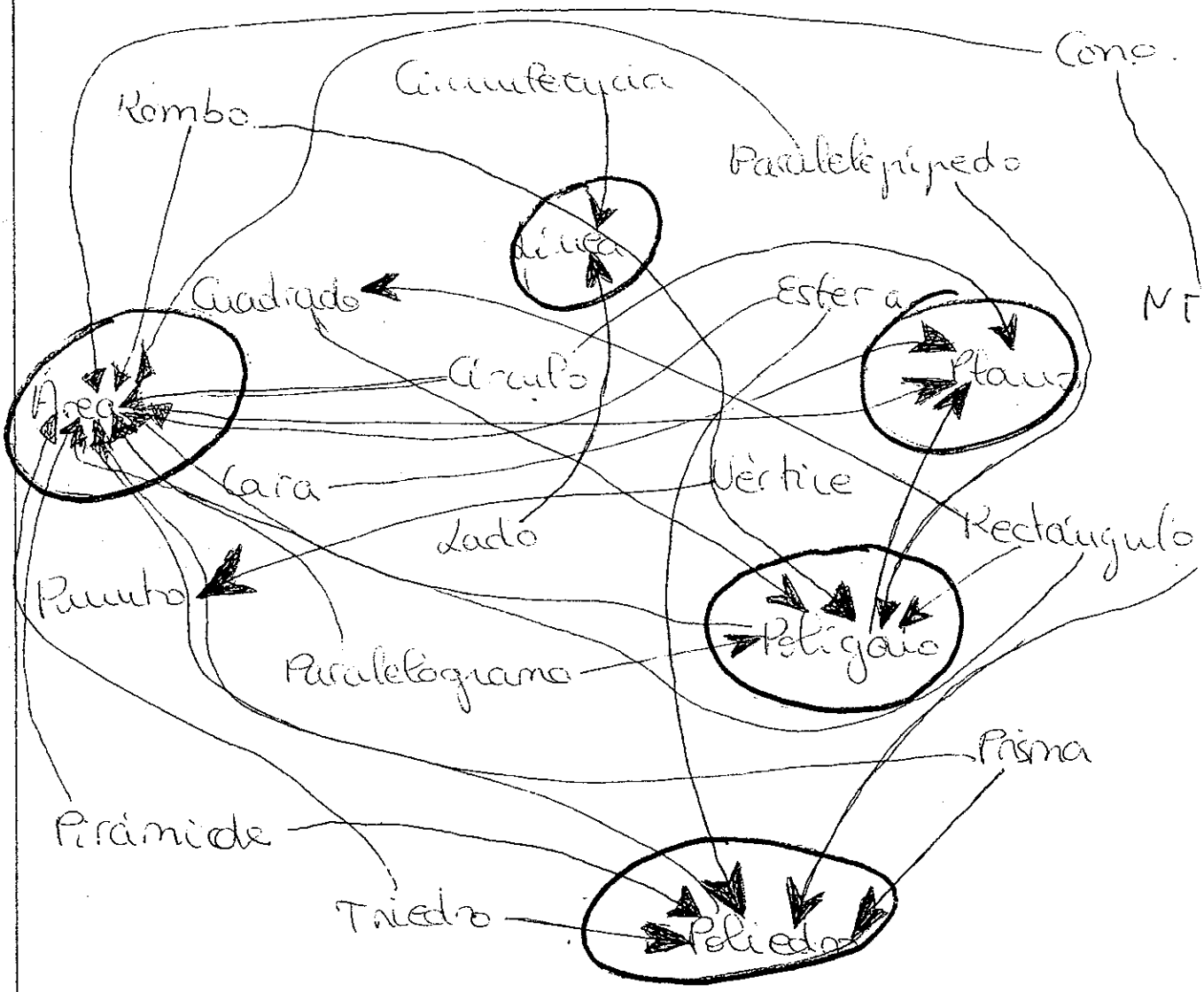
Madrid 20 / Noviembre 2001



CASO N° 2 (8°C) 20-11-92

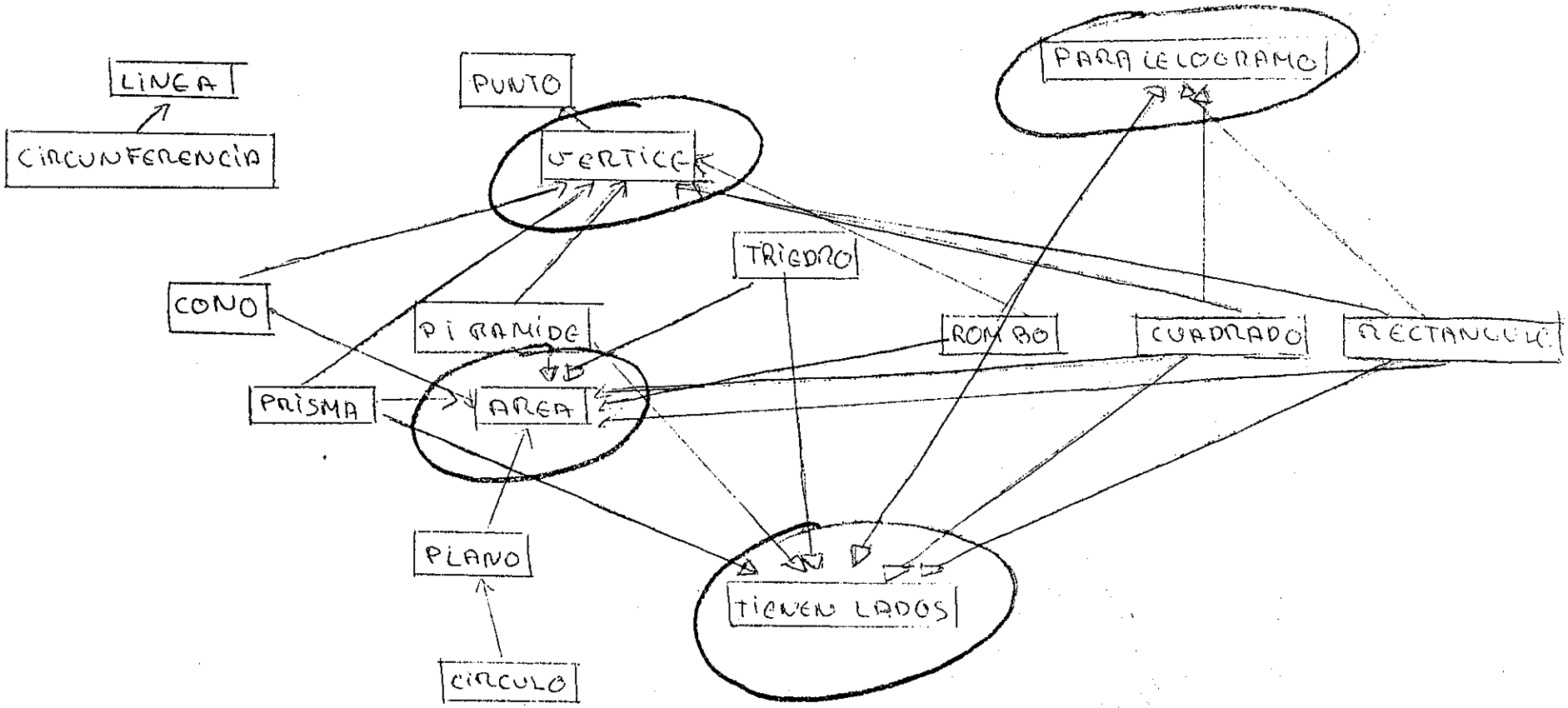
Matemáticas

• Rombo - Cuadrado - Circunferencia - Paralelepípedo - Línea - Esfera - Círculo - Área - Plano - Cara - Vértice - Lado - Rectángulo - Punto - Paralelogramo - Polígono Prisma - Pirámide - Triedro - Poliedro - Cono -.



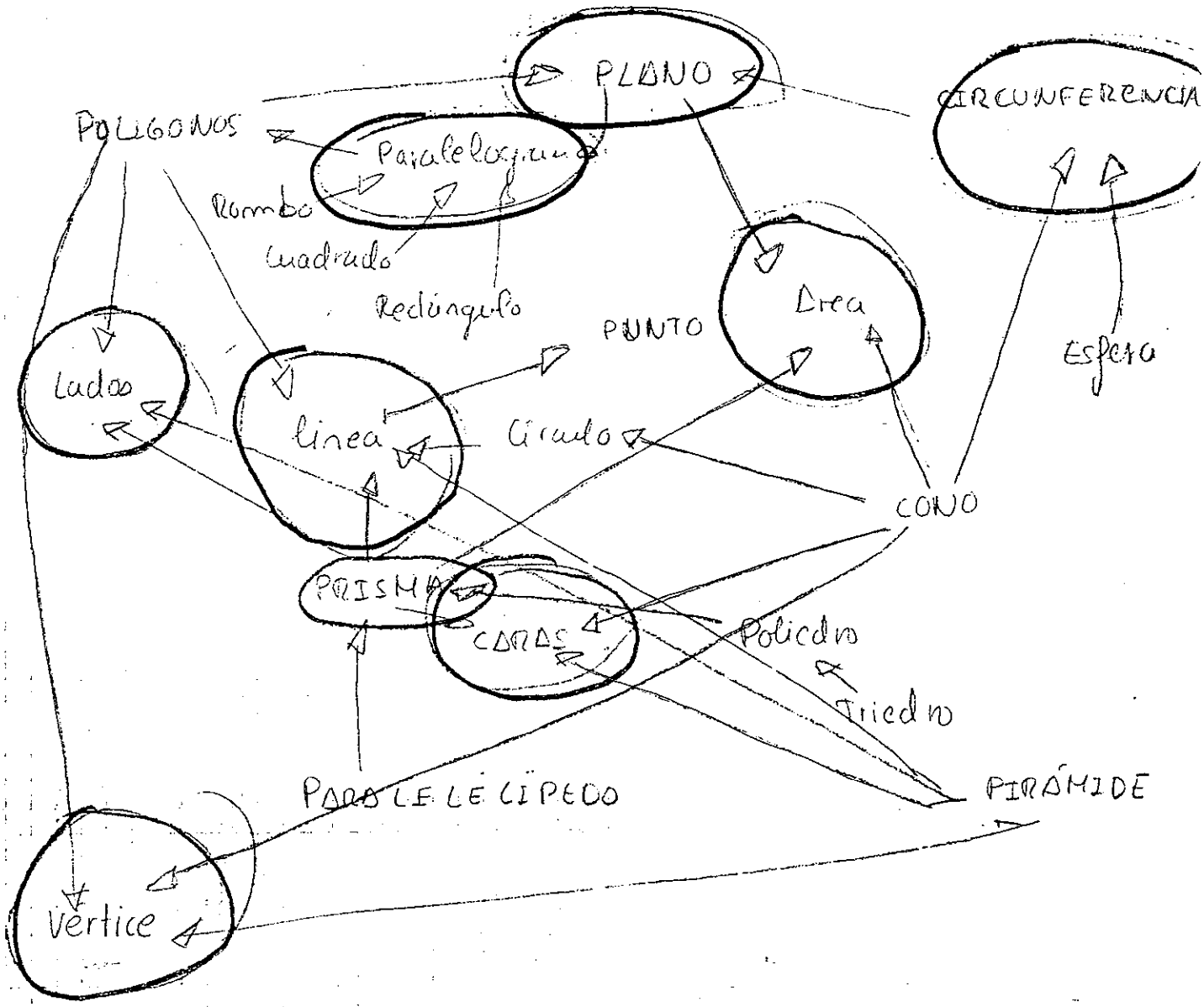
CASO Nº 3

LUCÍA



Laura

CASO Nº 4.

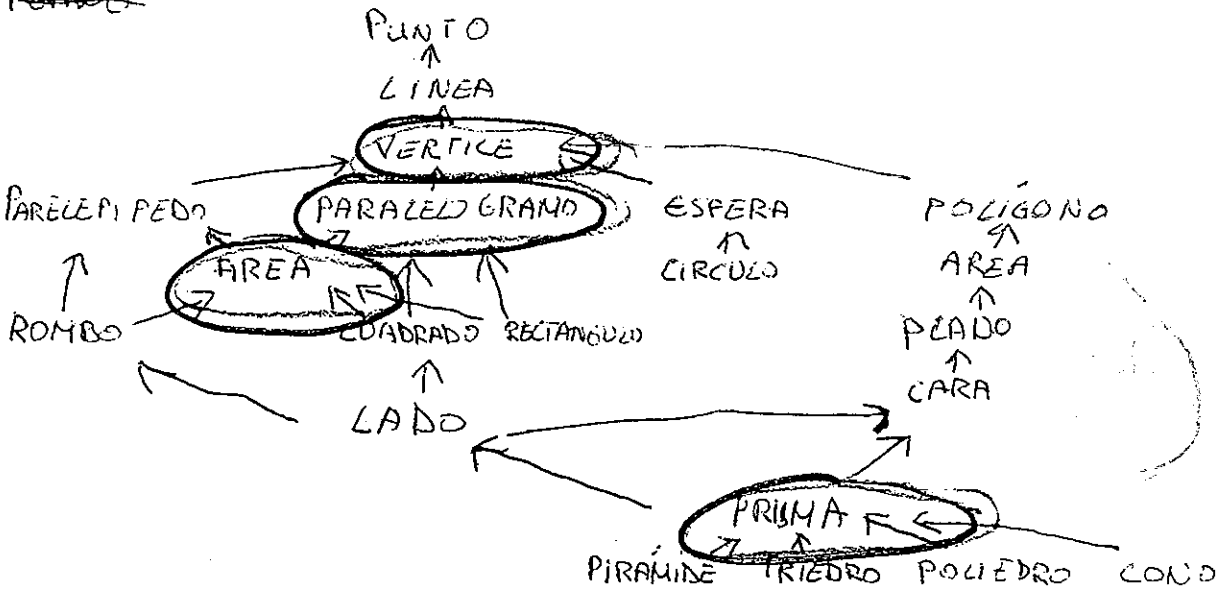


Alejandro 2º BUP. B 28 X-92 7

Caso Nº 5

~~AREA~~ ~~CARA~~ ~~CARA~~ ~~POLIGONO~~ ~~PLANO~~ ~~CARA~~

~~Romboide~~



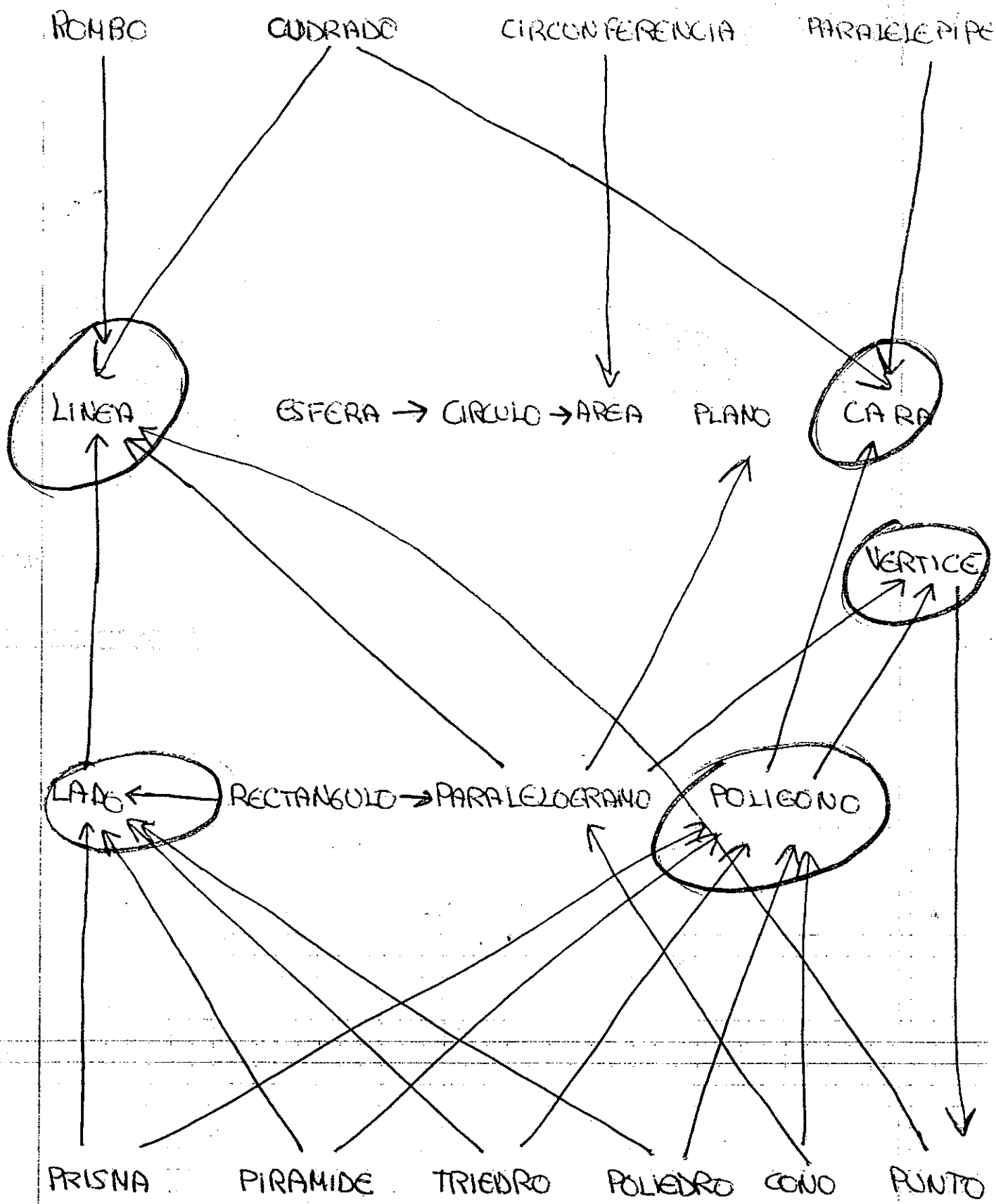
TRIGONOMETRIA.

CASO Nº 6

Alejandra

22

2 B

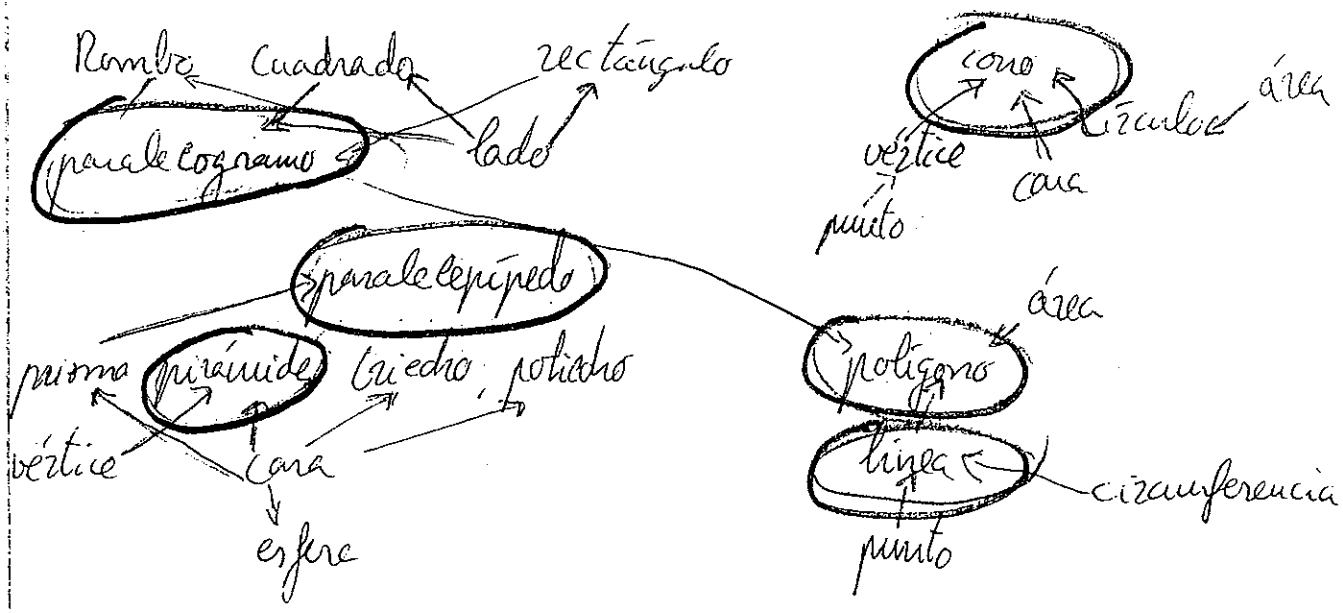


Geometría

Ignacio 27-10-92 17

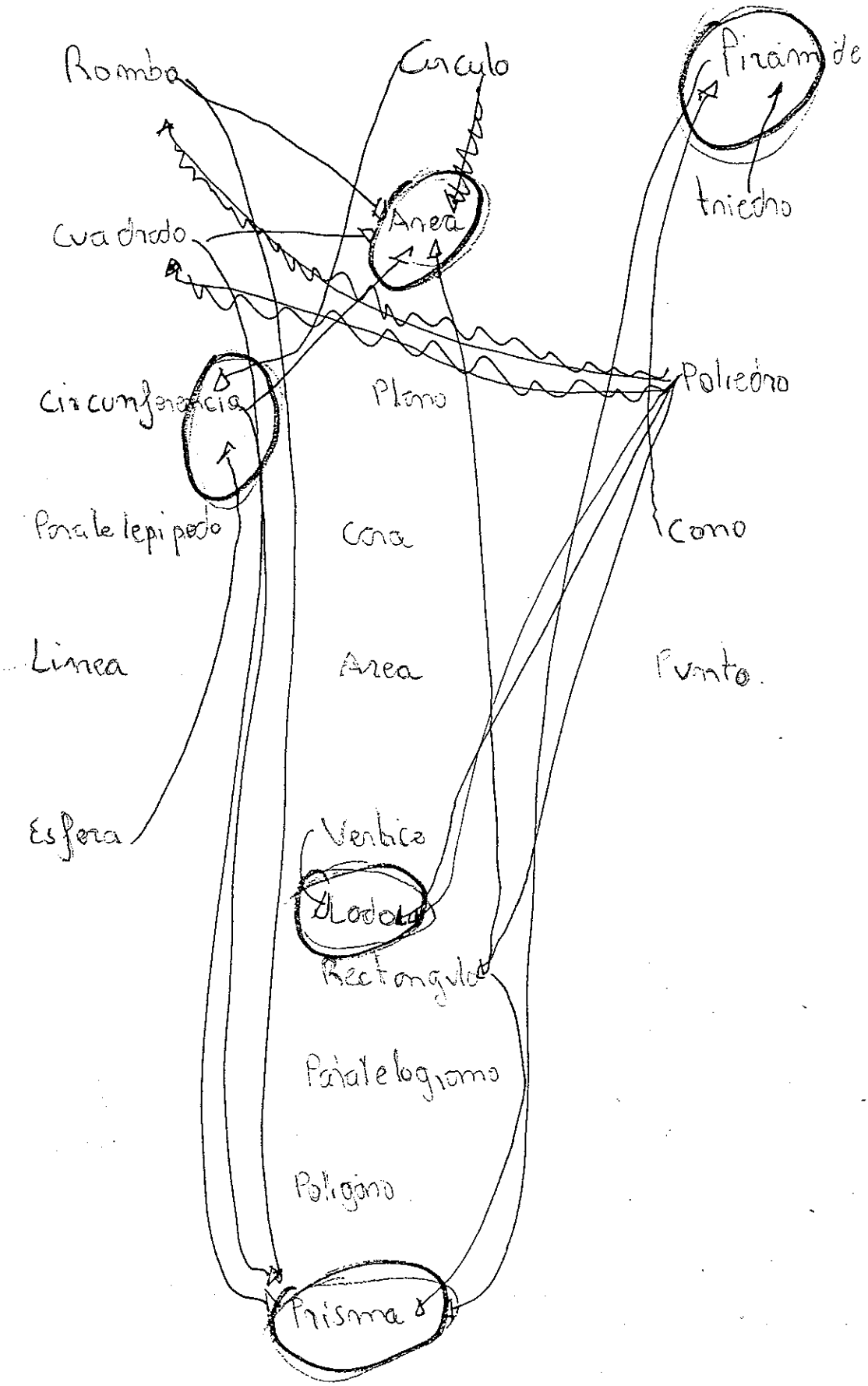
CASO N° 7

Rombo, cuadrado, circunferencia, paralelepípedo, línea, esfera, círculo, á plano, cara, vértice, lado, rectángulo, paralelogramo, polígono, prisma, arista, cuerpo, ~~tot~~ poliedro, cono, punto



Geometría

CASO Nº 8


Romba
Circulo
Piramide
triedro
Area
Cuadrado
Poliedro
Circunferencia
Plano
Paralelepipedo
Cono
Cono
Linea
Area
Punto
Esfera
Vertice
Lados
Rectangulo
Paralelogramo
Poligono
Prisma

6. Interpretación de los resultados

La base para la interpretación de los resultados ha sido:

1. El estudio de los diagramas de cada alumno
2. Las contestaciones de los alumnos a las preguntas del experimentador sobre su propio proceso
4. Las contestaciones de los profesores a las preguntas del experimentador.
5. Las observaciones del experimentador ante los fallos detectados.

Estudio de la coherencia interna y de la correspondencia.

6.1 Consistencia de los núcleos

En la tabla 1.1. se representa el número total de alumnos que ha elegido como núcleo cada una de las palabras y el número de alumnos distribuidos por cursos.
En la tabla 1.2 se indican los porcentajes

Todas las palabras han sido seleccionadas como núcleos por algunos alumnos (consideramos núcleo la palabra que tiene dos o mas conexiones), según la distribución representada en la tabla 1.1.
El más repetido es **área**, 181 alumnos lo han elegido como núcleo y el menos repetido es **cono,** que lo han elegido 13 alumnos.

Hay una constancia en los núcleos mas o menos repetidos que se conserva a lo largo de los años académicos.

Los tres mas repetidos según los cursos se distribuyen así:

7º	8º	1º	2º
lado	área	área	área
polígono	lado	polígono	cara
cara	polígono	lado	polígono
vértice			

Los tres menos repetidos son:

7º	8º	1º	2º
paralelepípedo	cono	esfera	cono
esfera	paralelepípedo	cono	esfera
cono	rombo	triedro	triedro
triedro		rombo	

Distribución por cursos del número de alumnos que han elegido cada núcleo

Tabla 1.2

	Número de alumnos. Frecuencias				
Núcleos	Total	7º	8º	1º	2º
área	181	19	33	80	49
lado	139	28	33	43	35
polígono	137	21	32	47	37
cara	121	21	24	38	38
vértice	112	21	31	31	29
paralelogramo	105	19	14	39	33
línea	104	16	16	36	36
plano	100	16	19	35	30
poliedro	75	9	18	32	16
punto	65	10	10	25	20
prisma	52	9	5	22	16
cuadrado	50	22	7	8	13
circunferencia	47	13	8	15	11
círculo	45	14	5	9	17
pirámide	41	10	6	10	15
rectángulo	38	15	5	8	10
paralelepípedo	33	2	3	13	15
rombo	30	10	4	6	10
triedro	24	4	5	6	9
esfera	20	3	8	2	7
cono	13	4	1	3	5

Distribución por cursos del número de alumnos que han elegido cada núcleo

Tabla 1.3

	Número de alumnos en porcentajes				
núcleos	Total	7º	8º	1º	2º
área	46	29	48	61	39
lado	36	42	48	33	28
polígono	35	32	46	36	30
cara	31	32	35	29	31
vértice	29	32	45	23	23
paralelogramo	27	29	20	29	27
línea	27	24	23	27	29
plano	26	24	27	27	24
poliedro	19	14	26	24	13
punto	17	15	14	19	16
prisma	13	14	7	17	13
cuadrado	13	33	10	6	10
circunferencia	12	20	12	11	9
círculo	11	21	7	7	14
pirámide	10	15	9	8	12
rectángulo	10	23	7	6	8
paralelepípedo	8	3	4	10	12
rombo	8	15	6	5	8
triedro	6	6	7	5	7
esfera	5	5	12	1	6
cono	3	6	2	2	4

5.2. Fortaleza de los núcleos

Los núcleos con más de 5 conexiones son : **área, cara, circunferencia, cuadrado,esfera,lado,línea,paralelepipedo,paralelogramo,plano,poliedro,polígono, prisma,punto,rombo,vértice.**

De las 21 palabras seleccionadas, 16 tienen más de 5 conexiones.

Estas palabras aparecen las siguientes veces con mas de 5 conexiones

área	59	poliedro	4
polígono	30	paralelepipedo	4
lado	34	paralelogramo	3
línea	24	cuadrado	4
cara	21	prisma	2
plano	18	circunferencia	1
vértice	20	esfera	1
punto	12	rombo	1

Distribución por cursos de los núcleos con más de 5 conexiones

Tabla 1.4

núcleos	7º	8º	1º	2º	Total
área	0	17	26	16	59
lado	6	12	8	8	34
polígono	4	9	7	10	30
línea	2	7	7	8	24
cara	3	5	7	6	21
plano	1	6	5	6	18
vértice	2	7	3	8	20
punto	0	4	0	8	12
poliedro	1	0	3	0	4
paralelepípedo	1	0	1	2	4
paralelogramo	1	0	1	1	3
cuadrado	1	0	0	3	4
prisma	0	0	2	0	2
circunferencia	0	1	0	0	1
esfera	0	1	0	0	1
rombo	0	0	0	1	1

Los núcleos que aparecen con mayor número de conexiones son:

punto con 18 conexiones
línea y vértice con 17 conexiones
paralelepípedo con 15 conexiones
línea,cara,plano,área,vértice,lado con 14 conexiones

Para medir la **correspondencia** se puede observar que para los expertos los núcleos que aparecen con mayor número de conexiones son:

punto con 27 conexiones
línea con 18 conexiones
área con 18 conexiones

5.3. Fortaleza de las estructuras

Las medias aritméticas y las desviaciones típicas del número de núcleos por curso en esta muestra (Ver tabla 1.4) se distribuyen de la siguiente manera:
En la tabla 1.4 se puede ver cómo a medida que avanzan los cursos hay mas alumnos que tienen mas núcleos.

7º		8º		1º		2º	
x	σ	x	σ	x	σ	x	σ
4,22	1,99	4,25	2,29	4,32	1,84	4,57	2,37

Lo cual indica que se refuerzan las estructuras conceptuales a medida que avanzan los cursos y se van aproximando a la media de los expertos que es de 7.

Distribución del nº de alumnos por cursos en relación con el nº de núcleos

Tabla 1.5

	Número de Alumnos				
Nº de Núcleos	Total	7º	8º	1º	2º
1	23	4	7	5	7
2	42	6	6	16	14
3	69	11	18	19	21
4	60	10	10	27	13
5	52	11	9	22	10
6	38	7	6	13	12
7	24	2	5	5	12
8	13	1	1	5	6
9	10	1	2	3	4
10	4		3		1
11	1	1			
12	1				1

Se refuerza el reconocimiento de la transitividad. Así en 7º, solo el 5% de los alumnos la aplican, en 8º el 13%, en 1º el 27% y en 2º el 27%.

6. Análisis de errores

Para estimar la correspondencia hay que estudiar además de la fortaleza de los núcleos, los errores que cometen los alumnos, ya que ello permitirá estudiar la adecuación matemática de la estructura.

En esta experiencia se observa que las estructuras van siendo matematicamente mas correctas según avanzan los cursos, ya que disminuye el número de errores y ello incluso sin mediar enseñanza reglada específica de geometria.

La tipificación de errores se ha hecho según el siguiente procedimiento:

Se ha estudiado si los alumnos tenían construidas las clases conceptuales de poliedros y paralelogramos

Se buscaron los errores producidos en las relaciones entre figuras planas, entre figuras espaciales,entre figuras planas y espaciales y entre conceptos y propiedades

Considerados en su totalidad, (ver tablas 1.5;1.6;1.7) el 84% de los alumnos, <u>no relaciona</u> <u>los poliedros</u>. Referidos a los distintos cursos, 2º de BUP es el que relativamente comete menos errores en este punto, aunque el porcentaje es todavía bastante alto (77%).

Esto quiere decir que parece que no tienen construida la clase de los poliedros. No catalogan al paralelepípedo, al prisma y a la pirámide como poliedros. Muchos alumnos relacionan algunos cuerpos redondos con los poliedros mientras que no relacionan los poliedros entre sí, ni con la clase.

Así el 15% relaciona cono con prisma
el 16% relaciona cono con pirámide
el 15% relaciona cono con triedro o poliedro
el 2% relaciona cono con paralelepípedo
el 3% relaciona esfera con poliedro
el 2% relaciona esfera con prisma

Muchos alumnos relacionan unos poliedros con otros pero no reconocen el concepto mas general de poliedro

Así El 28% relaciona pirámide con prisma, pero no pirámide o prisma con poliedro
El 2% relaciona pirámide con paralelepípedo

En relación con los distintos cursos los errores van disminuyendo a medida que avanzan los cursos, con la excepción de la inversión que se nota entre 8º y 1º (mas errores en 1º que en 8º)

Considerados en su totalidad, el 76% no relaciona los paralelogramos. Esto quiere decir que no tienen construida la clase de los paralelogramos. No catalogan el rombo, el rectángulo y el cuadrado como paralelogramos, aunque si relacionan unos con otros.

En relación con los distintos cursos, va disminuyendo el número de errores a lo largo de los cursos con excepción de 8º que sufre una ligera subida.

El 66% de los alumnos no relaciona vértice con punto. Esto ha sido un interrogante para el experimentador a lo largo de todas las sesiones que no se ha podido resolver ni siquiera con la entrevista puesto que los alumnos preguntados decían saber que un vértice es un punto pero no sabían por qué no lo han relacionado. Las entrevistas a los profesores tampoco han aclarado nada al respecto aunque el experimentador mantiene una hipótesis sin confirmar que ha sido corroborada por los profesores. Se refiere a la fuerza de las configuraciones geométricas en la elaboración de los conceptos. Podría ser que los alumnos el concepto de vértice lo tengan asociado a una configuración del tipo ⌐(siempre integrada en un polígono) y el concepto de punto lo tengan asociado a una configuración del tipo • asociada a un plano.

Otros errores son debidos a una equivocada relación de unos conceptos con otros, no pertenecientes a la misma clase, en estos casos los porcentajes son bastante pequeños, salvo en el caso de adjudicar área a la circunferencia (un 16%), cuyo error paradójicamente aumenta al avanzar de curso. Este error puede ser debido a la confusión entre circunferencia y círculo que puede venir avalado por ese 61% de los que relacionan círculo con circunferencia. En general esta relación no se puede identificar como error, ya que no sería error si los alumnos al relacionar están pensando que la circunferencia es la frontera del círculo, pero puede ser un error si identifican circunferencia con círculo como en algunos casos que explicitamente se manifiesta al utilizar los alumnos la doble flecha.

Tabla 1.6

COLEGIO	Pureza de María				Reinado C.J				L.Olmos		I.B.Estrella	
Número de alumnos	37	34	24	36	29	35	32	26	40	35	36	27
GRUPOS	7º	8º	1º	2º	7º	8º	1º	2º	1º	2º	1º	2º
ERRORES	Frecuencia				Frecuencia				Frec		Frec	
No relaciona paralelogramos	34	28	16	32	20	30	20	7	36	32	23	22
lado con área		3		1	1	1	3	3	1	1		1
círculo o circunf. con polígono		3		1	1	2	1	2	2	1	1	
circunferencia con cara	2	3				1		1				
circunferencia con área	1	4	2	11	3	5	7	4	6	8	7	4
circunferencia con vértices									1		1	
cono con polígono	1	5		4			4	5	3	3	1	1
cono con pirámide	6	6	2	6	13	3	9	1	7	3	1	7
cono con prisma	7	3	9	9	5	4	3	4	8	3	3	2
cono con triedro y poliedro	5	7	6	2	3	4	3	2	10	7	11	1
cono con esfera	2	2	5	3	2	1	4		5	1	1	1
cono con paralelogramo										1	2	
cono con paralelepipedo	2			1		1			1		2	
esfera con poliedro	1	3	2				1		1		2	
esfera con polígono		1			1		1	1	1			1
esfera tiene lados		1					1	1				
esfera con prisma				1			1		4		1	
esfera con paralelogramos							1	1			2	
esfera con caras		3						2		1	1	
pirámide con prisma	9	3	8	15	18	7	15	6	10	14	9	7
pirámide con paralelepípedo										1	4	1
prisma con círculo							3		1			
triedro con polígono		3		1				2				
paralelepipedo con circulo o circunferencia				1			3	2	2	4	2	
paralelepipedo con c. redondos		1								1	3	
área con línea							1	1				
No relaciona poliedros	34	27	14	31	22	32	24	19	36	30	28	15
No relaciona vértice con punto	28	21	16	24	12	19	24	23	22	29	24	17
Relaciona círculo con circunferencia	28	6	13	18	21	20	18	19	33	25	24	12

Distribución del nº de errores por cursos en porcentajes

Tabla 1.6

NUMERO DE ALUMNOS	66	69	132	124	391
CURSOS	7º	8º	1º	2º	Total
Errores	%	%	%	%	
No relaciona paralelogramos	82	84	71	75	76
lado con área	1	6	3	5	3
círculo o circunf. con polígono	1	7	1	3	3
circunferencia con cara	3	6		1	2
circunferencia con área	6	13	16	21	16
circunferencia con vértices			1		0,5
cono con polígono	1	7	6	10	7
cono con pirámide	29	13	14	14	16
cono con prisma	18	10	17	14	15
cono con triedro y poliedro	12	16	23	10	15
cono con esfera	6	4	11	4	7
cono con paralelogramo				1	0,3
cono con paralelepipedo	3	1	2	2	2
esfera con poliedro	1	4	4		3
esfera con polígono	1	1	1	2	2
esfera tiene lados			1	1	0,5
esfera con prisma			4		2
esfera con paralelogramos			2	1	1
esfera con caras		4	1	2	2
pirámide con prisma	41	15	24	34	28
pirámide con paralelepípedo			3	2	2
prisma con círculo			3		1
triedro con polígono		4		2	2
paralelepipedo es figura plana			5	6	3
paralelepipedo con c. redondos		1	3	1	2
área con línea			1	1	0,5
No relaciona poliedros	85	85	90	77	84
No relaciona vértice con punto	61	58	65	75	66
Relaciona círculo con circunferencia	74	38	66	60	61

Distribución del nº de errores por cursos. Frecuencias
Tabla 1.7

NUMERO DE ALUMNOS	66	69	132	124	391
CURSOS	7º	8º	1º	2º	Total
ERRORES	frec	frec	frec	frec.	Total
No relaciona paralelogramos	54	58	94	93	299
lado con área	1	4	4	6	15
círculo o circunf. con polígono	1	5	2	4	12
circunferencia con cara	2	4		1	7
circunferencia con área	4	9	22	27	62
circunferencia con vértices			2		2
cono con polígono	1	5	8	13	27
cono con pirámide	19	9	19	17	64
cono con prisma	12	7	23	18	60
cono con triedro y poliedro	8	11	30	12	61
cono con esfera	4	3	15	5	27
cono con paralelogramo				1	1
cono con paralelepipedo	2	1	3	2	8
esfera con poliedro	1	3	5		9
esfera con polígono	1	1	2	2	6
esfera tiene lados			1	1	2
esfera con prisma			6		6
esfera con paralelogramos			3	1	4
esfera con caras		3	1	3	7
pirámide con prisma	27	10	32	42	111
pirámide con paralelepípedo			4	2	6
prisma con círculo			4		4
triedro con polígono		3		3	6
paralelepipedo es figura plana			7	7	14
paralelepipedo con c. redondos		1	4	1	6
área con línea			1	1	2
No relaciona poliedros	56	59	119	95	329
No relaciona vértice con punto	40	40	86	93	259
Relaciona círculo con circunferencia	49	26	88	74	237

7. CONCLUSIONES

Las conclusiones de este trabajo tienen que establecerse con mucha cautela y mas que conclusiones definitivas tienen que considerarse como hipótesis de trabajo para estudios posteriores y como una aproximación a la observación del proceso que realizan nuestros alumnos cuando reflexionan sobre las matemáticas. Sacar conclusiones sobre trabajos de este tipo implica tener en cuenta las grandes limitaciones y las dificultades que supone intuir lo que pasa por la cabeza de nuestros alumnos a partir de conductas observables. No solamente el alumno puede no saber expresar lo que pasa por su cabeza, sino que actúan otros factores que desvirtúan esta acción como son: el cansancio, la falta de interés de los alumnos en una tarea concreta, la falta de motivación para realizar el ejercicio,las distracciones, la falta de práctica en ejercicios de este tipo, el desconocimiento de una técnica nueva, etc. Por parte del investigador también hay dificultades en la codificación e interpretación de los resultados, debido fundamentalmente a la falta de trabajos de este tipo.

Hemos intentado controlar algunos de estos inconvenientes mediante la creación de un clima que cree expectativas en el alumno y favorezca su motivación, la explicación detenida de la técnica con ejemplos, la entrevista para conocer las dificultades y la problemática de la ejecución de este tipo de trabajos.
A pesar de todo ello, y conscientes de todos los problemas y dificultades hemos iniciado esta maravillosa aventura,pensando que no es lo mas importante que las conclusiones sean definitivas, sino que se inicie un método de trabajo que creemos será fructífero y permitirá a los profesores acercarse a las dificultades de los alumnos y poder arbitrar medios mas eficaces de tratamiento.
La interpretación de los resultados se ha realizado teniendo en cuenta: las contestaciones de los alumnos, las sugerencias de los profesores y las observaciones del experimentador.
Con todas las reservas manifestadas anteriormente, se podría concluir que:

1. Los alumnos refuerzan sus estructuras mentales referidas a los conceptos geométricos con el paso de los años y de los cursos, incluso aunque no medie enseñanza reglada específica de estos conceptos. Se observa que en los primeros años tienen menos núcleos y con menos conexiones, es mas general una configuración en parejas o ternas (núcleos con dos o tres conexiones), o una selección de un número pequeño de núcleos que se relacionan con todos.La organización mental que se refleja en los diagramas es mas lineal o mas caótica.

A medida que avanzan los cursos, los esquemas van respondiendo a una organización mental mas estructurada (Buscan primero las

palabras que tendrán mas relaciones, buscan familias de palabras, etc)

2. Hay , sin embargo, una constancia en los núcleos mas repetidos que se conserva a lo largo de los cursos: área, lado, polígono.

3. Los conceptos mas fuertes (a los que llegan mas conexiones) son : área, lado y polígono que se conservan a lo largo de los cursos, excepto área en 7º que es sustituida por cuadrado

4. A través del análisis de errores, parece que se advierte que los alumnos no han construido la clase de los paralelogramos ni la clase de los poliedros. Puede ser fruto del abandono del estudio de la geometría descriptiva en los programas escolares.

5. Es significativa la no asociación de vértice con punto y la asociación de circunferencia con área.

BIBLIOGRAFIA

RESNICK. L.y FORD. W. *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. MEC/Paidos. Madrid 1991

POZO.J.I. *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Morata. Madrid 1989

FOX. *Cómo investigar en Educación*. EUNSA.

DAVIS. R.B. *Learning Mathematics*. Croom Helm. London.1984

STENBERG.R. *Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información*. Labor . Barcelona. 1986

PIMM. D. *El lenguaje matemático en el aula*. M.E.C./Morata.Madrid 1990

HART.K.M. *Childrens Understanding of Mathematics:11-16*. Jon Murray.Great Britain. 1981.

MACNAB D.S and CUMMINE J.A. *La enseñanza de las matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad*. Visor. Madrid 1992.

COLLINS.A.M y QUILLIAN.M.R. *How to make a language user*. Academic Press.Nueva York 1972

GREENO.J.G. *Understanding and procedural knowledge in mathematic education*. Educational Psichologist. 1978 ,12(3)

ANEXOS

FORMULARIO DE RECOGIDA DE DATOS

Núcleo	Nº de conexiones	Nombre del alumno	Curso	Centro Educativo

FORMULARIO DE TIPIFICACION DE ERRORES

No relaciona paralelogramos
lado con area
círculo o circunf. con polígono
circunferencia con cara
circunferencia con área
circunferencia con vertices
cono con polígono
cono con pirámide
cono con prisma
cono con triedro y poliedro
cono con esfera
cono con paralelogramo
cono con paralelepipedo
esfera con poliedro
esfera con polígono
esfera tiene lados
esfera con prisma
esfera con paralelogramos
esfera con caras
pirámide con prisma
pirámide con paralelepípedo
prisma con círculo
triedro con polígono
paralelepipedo es figura plana
paralelepipedo con c. redondos
área con línea
No relaciona poliedros
No relaciona vértice con punto
Relaciona círculo con circunferencia

GUIA DE ENTREVISTA A ALUMNOS

ANALISIS DEL PROCESO

¿Cómo has hecho el diagrama ?
¿Qué pasos has seguido ?
¿Cómo empezaste ?
¿Qué palabra seleccionaste primero ? ¿Por qué ?
¿Cuál fué la ultima palabra que escribiste ?
En algun momento ¿tuviste alguna dificultad ? ¿cuál?

ANALISIS DE ERRORES

Según los errores que se observen se preguntará , intentando que el alumno llegue a darse cuenta del error y recosntruya el concepto de acuerdo con las caracteristicas que a través de las respuestas va señalando.

Por ejemplo: Si el error es haber relacionado cono con poliedro.

¿los conos son poliedros?
¿los poliedros son conos?
¿en que se diferencian ?
¿ en que se parecen ?
Describe un poliedro
Describe un cono
¿Sabrías hacer una definición de poliedro ?
¿El cono tiene caras ?
¿El poliedro tiene caras ?
¿El poliedro sá formado por polígonos ?
¿El cono estáformado por polígonos ?
¿Tiene angulos el cono ?
Dí otros ejemplos de poliedros ¿qué tienen en común ?

Si el error es que no han unido vértice con punto

¿Todos los vertices son puntos ?
¿Todos los puntos son vértices ?
Dibuja vértices que no sean puntos
Dibuja un punto que no sea vértice
¿Qué es un vértice ?
¿En que figuras se encuentran los vértices ?
¿Tienen puntos esas figuras ? ¿cuales son ?
¿Por qué no has unido vértice con punto ?

i.e.p.s.

instituto de estudios
pedagógicos somosaguas

Vizconde de Matamala 3
28028 MADRID